Lycée Pilote Monastir	Devoir de Synthèse n° : 1 2 Sc
Profs : Zemni–Younes	**MATHEMATIQUES**
Trimech–Hassine	**Durée : 2 h** **Le 7/12/2012**

Exercice 1 :(4 points)

Répondre par vrai ou faux en justifiant à chacune des questions suivantes.

1 1) Si A , B , C et D sont quatre points non alignés et t une translation tel que : t((AB)) = (CD) et t((AD)) = (BC) alors le vecteur de t est : $\overrightarrow{AC}$.

2) Soient A et B deux points du plan.

1 Le barycentre des points pondérés (A , $x^2 - 3x - 4$) , (B , – 1) appartient au segment [AB] si et seulement si : $x \in [-1,4]$.

1 3) Soit $P(x) = \frac{1}{3}x^3 - x - \frac{1}{2}$ et soit α , β et γ les racines de P. Alors $\alpha\beta\gamma = -\frac{1}{2}$

1 4) Soit $f(x) = \sqrt{x^2 - x\sqrt{a} + \frac{1}{4}}$ où a est un réel positif.

f est définie sur $\mathbb{R}$ si et seulement si $a \in [0 , 1]$.

Exercice 2 :(6 points)

1) Soit le trinôme f définie par $f(x) = 3x^2 + 11x + 10$.

0,75 a) Montrer que f admet deux racines négatives , sans les calculer.

0,75 b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation f(x) = 0

0,75 c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\frac{3}{(x-2)^2} + \frac{11}{x-2} + 10 = 0$

0,75 d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\sqrt{f(x)} \geq 3x + 5$.

2) Soit le polynôme P définie par $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$.

0,25 a) Vérifier que –2 est un zéro de P.

1 b) Factoriser P(x).

3) Soit g la fonction rationnelle définie par $g(x) = \frac{P(x)}{f(x)}$.

0,5 a) Déterminer l'ensemble de définition D_g de g.

0,5 b) Montrer que pour tout réel x de D_g on a : $g(x) = \frac{2x^2 - 7x + 3}{3x + 5}$.

0,75 c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation g(x) < 0.

Exercice 3 :(5,5 points)

Soit ABC un triangle rectangle en B . Soit I = A*C et J = B*C.

0,5 1) Construire le point E barycentre des points pondérés (A , 1) et (B , 2).

2) Soit G le barycentre des points pondérés (A , 1) , (B , 2) et (C , 3).

0,5 a) Montrer que G est le milieu de [EC].

0,5 b) Montrer que les points G , I et J sont alignés.

3) Soit f l'application du plan dans lui-même qui à tout point M du plan associe le point M' tel que : $\overrightarrow{M'M}-\overrightarrow{M'A}+\overrightarrow{M'D}=\vec{0}$ où D est le point tel que $\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{CD}$.

0,5 a) Déterminer f(A) et f(E).

0,5 b) Montrer que f est la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.

0,5 c) Déterminer f((AB)).

0,5 4) a) Construire C' = f(C) et G' = f(G).

0,5 b) Montrer que G' = C*C'.

5) Soit K le point d'intersection des droites (BG) et (AC).
La droite passant par G' et parallèle à (BG) coupe (DC') en F.

0,5 Montrer que $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{KF}$.

6) Soit P le point tel que BKFP est parallélogramme.

0,5 Montrer que G' est le barycentre des points pondérés (D , 1) , (P , 2) et (C' , 3).

7) On suppose que A et C sont fixes et B variable.

0,5 Déterminer l'ensemble des points P.

Exercice 4 :(4,5 points)

On donne un triangle ABC isocèle de sommet principal C. On désigne par I le milieu de [AB].

0,5 1) a) Construire en expliquant le point G barycentre des points pondérés (I , 2) et (C , 1).

0,5 b) Montrer que G est le centre de gravité de ABC.

2) Soit J le barycentre des points pondérés (A , 1) , (B , 1) et (C , 2).

0,75 a) Montrer que J est le barycentre des points pondérés (G , 3) et (C , 1).

0,75 b) Montrer que J est le milieu de [IC].

0,5 c) En déduire que I , G , C et J sont alignés.

3) Déterminer et construire les ensembles suivants :

0,75 a) (E_1) = { M $\in$ P / $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$ }

0,75 b) (E_2) = { $\left\|4\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+6\overrightarrow{MC}\right\|$ }

Bon Travail